

Bemerkung: Zu jeder Zahlenrechnung muss zuerst ein allgemeiner Ansatz gegeben werden. Alle Rechnungen müssen mit einer ausführlichen Einheitenrechnung durchgeführt werden.

1. Der Planet Saturn wird von mehreren Monden umkreist. Die fünf innersten Monde wurden von Herschel (1789) bzw. Cassini (ca. 1680) entdeckt. Der Zusammenhang zwischen den Umlaufzeiten und den Bahnradien ist für die Saturnmonde 1. bis 5 vollständig aufgelistet. Die Daten der Monde 6 und 7 sind nur teilweise gegeben, sie werden für die Aufgabe 1.3 benötigt.

Nr.	Name	T in Tagen	r in km
1	Mimas	0,942422	185 700
2	Enceladus	1,370218	238 200
3	Tethys	1,887802	294 800
4	Dione	2,736916	377 700
5	Rhea	4,517503	527 500
6	Titan	15,945452	
7	Hyperion		1 484 000

- 1.1 Zeige durch eine allgemeine Rechnung, dass für die Kreisbewegung um einen Zentralkörper die Gleichung $\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4 \pi^2}$ gültig ist. (M : Masse des Zentralkörpers)
- 1.2 Überprüfe die Gültigkeit der Gleichung aus 1.1 an den Daten aus der Tabelle (kurze Methode). Berechne ebenfalls aus dem Mittelwert der Konstanten $\frac{\gamma M}{4 \pi^2}$ einen Wert für die Masse (M) des Saturns.
- 1.3 Für die Saturnmonde 6 und 7 sind die Daten nur teilweise gegeben. Berechne jeweils den fehlenden Wert.
- 1.4 Der Planet Saturn wird von einem Ringsystem umgeben (siehe Abbildung 1). Die Ringe bestehen aus kleinen Teilen, die den Planeten jeweils auf Kreisbahnen umrunden. Für diese Aufgabe nehmen wir an, dass die Form des Planeten durch eine Kugel beschrieben werden kann. Der Radius der Kugel soll dem halben Äquatordurchmesser des Planeten entsprechen.

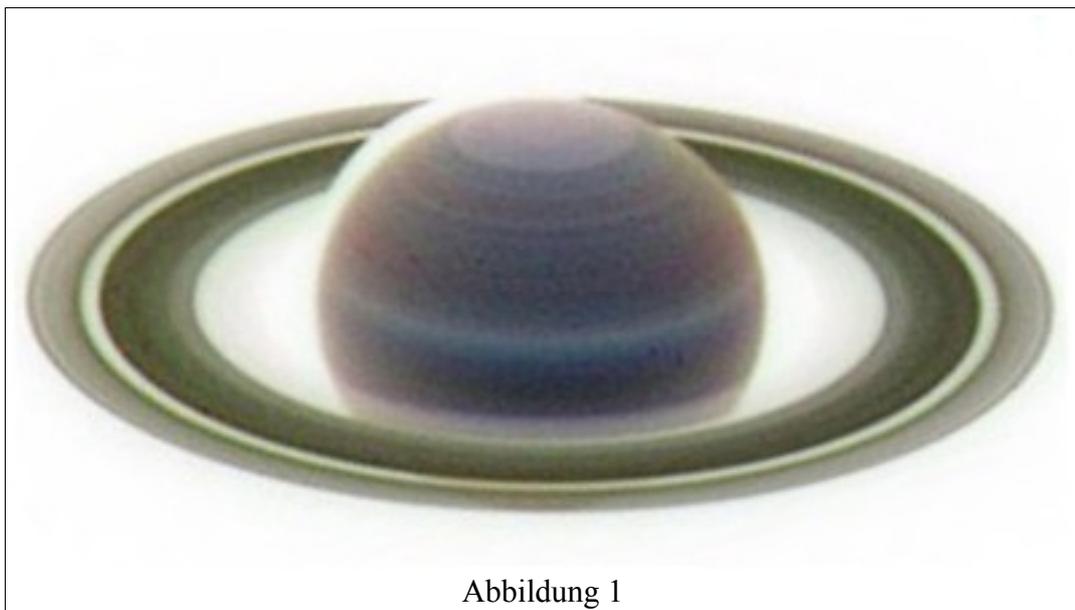


Abbildung 1

Zeige durch eine theoretische Rechnung, dass unter den gegebenen Annahmen für die Umlaufdauer eines Teilchens am äußeren Rand des Saturnrings die folgende Gleichung gilt:

$$3 \cdot \pi \left(\frac{r_{\text{Ring}}}{r_{\text{Saturn}}} \right)^3 = \gamma \bar{\rho} T_{\text{Ring}}^2 \quad \text{mit } \bar{\rho} : \text{mittlere Dichte} = 0,69 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

- 1.5 Bestimme aus der gegebenen Theorie (siehe 1.4) und eigenen Messungen (Geodreieck) auf der Abbildung 1 die Umlaufdauer T eines Teilchens am äußeren Rand des Saturnrings.

2. Der Kleinplanet Itokawa wurde am 26. September 1998 durch das Überwachungsprogramm *LINEAR* entdeckt. Radarbeobachtungen der Observatorien Goldstone und Arecibo haben einige physikalische Eigenschaften des Kleinplaneten geliefert.

<i>Physikalische Daten von Itokawa</i>	
Durchmesser	594 x 320 x 288m
Masse	$4,8 \cdot 10^{10} \text{kg}$
mittlere Dichte	2,3 g/cm ³
Rotationsperiode	12h 08m

Die japanische Raumsonde Hayabusa erreichte den Kleinplaneten im September 2005 und lieferte weitere Daten und zusätzliche Bilder der Oberfläche.

- 2.1 Für die weiteren Rechnungen wird von einem kugelförmigen Körper mit dem Radius $r = 170,8\text{m}$ ausgegangen. Weise durch eigene Rechnungen nach, dass diese Annahme zutrifft.
- 2.2 Die Raumsonde Hayabusa hat Aufnahmen von Itokawa zur Erde gefunkt, die die Oberfläche mit einer Auflösung von unter einem Meter darstellen. Auf diesen Bildern ist zu erkennen, dass auch in der Äquatorregion Felsbrocken verschiedener Größe lose auf der Oberfläche liegen.

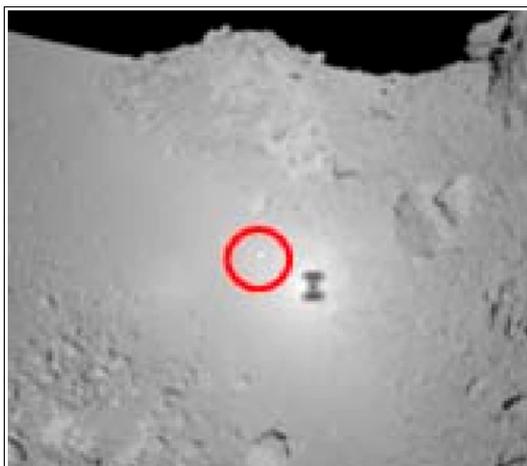


Abbildung 2.1
Der Schatten der Sonde auf Itokawa



Abbildung 2.2
Oberflächendetails auf Itokawa

- 2.21 Aus diesen Bildern kann eine untere Grenze für die Rotationsperiode von Itokawa hergeleitet werden. Führe diese Herleitung mit einer physikalisch begründeten Rechnung her und bewerte dieses Ergebnis.

- 2.22** Berechne die Gewichtskraft eines Gesteinsbrockens mit einer Masse von 500 kg am Äquator und am Pol von Itokawa.
- 2.3** Die Raumsonde Hayabusa sollte auch auf dem Kleinplaneten Itokawa landen und bei dieser Gelegenheit eine kleine nur 591g schwere Landesonde Minerva aussetzen. Durch einen Timingfehler wurde Minerva zu einer Zeit ausgesetzt, als sich Hayabusa nach einer erfolgreichen Annäherung an den Kleinplaneten schon wieder in einer Bewegung von Itokawa weg befand. Minerva erhielt durch dieses Versehen eine Geschwindigkeit, die über der Fluchtgeschwindigkeit des Kleinplaneten lag. Während der nächsten 14 Stunden bestand noch ein Funkkontakt zur Sonde, danach ging Minerva im All verloren.
Berechne aus den bekannten Angaben die Fluchtgeschwindigkeit von Itokawa.
- 2.4** Am 30. September erreichte die Raumsonde Hayabusa ihre „Home Position“, d.h. eine feste Kreisbahn um den Kleinplaneten. Von jedem Punkt dieser Kreisbahn konnte der als kugelförmig angenommene Zielplanetoid Itokawa unter einem Sehwinkel von $2,8^\circ$ beobachtet werden. Mit welcher Umlaufdauer ist mit den gegebenen Informationen auf dieser Kreisbahn zu rechnen und wie groß ist der Radius der Kreisbahn?

Einige wichtige Daten:

Gravitationskonstante $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Volumen einer Kugel $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

**Viel
Erfol
g!**